

Circuitos no senoidales

A6

Objetivos

- Familiarizarse con los componentes de la expansión de la serie de Fourier para cualquier función senoidal o no senoidal.
- Entender cómo la apariencia y la curva en el eje de tiempo de una forma de onda pueden identificar qué términos de una serie de Fourier estarán presentes.
- Ser capaz de determinar la respuesta de una red a cualquier entrada definida por una expansión de la serie de Fourier.
- Aprender a sumar dos o más formas de onda definidas por expansiones de la serie de Fourier.

A6.1 INTRODUCCIÓN

Cualquier forma de onda que difiera de la descripción básica de la forma de onda senoidal se conoce como **no senoidal**. Las formas de onda más obvias y conocidas son las de cd, las ondas cuadradas, las triangulares, las de diente de sierra y las rectificadas, que se muestran en la figura A6.1.

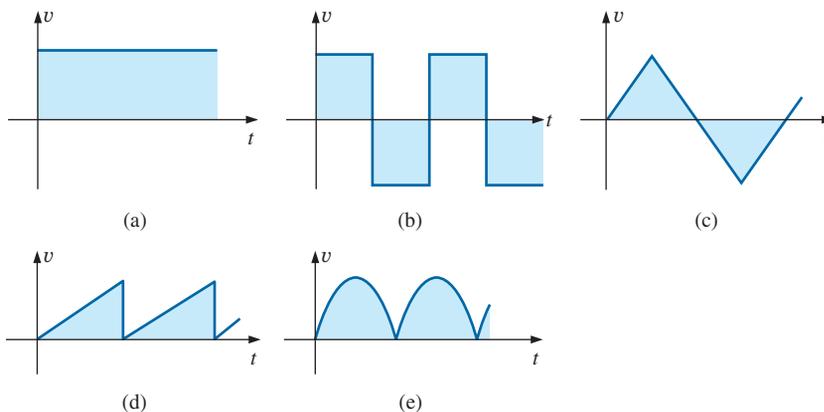


FIG. A6.1

Formas de onda no senoidales comunes: (a) cd; (b) cuadrada; (c) triangular; (d) diente de sierra; (e) rectificada.

Las salidas de muchos dispositivos eléctricos y electrónicos no son senoidales, aun cuando la señal aplicada pueda ser puramente senoidal. Por ejemplo, la red de la figura A6.2 utiliza un diodo para recortar la parte negativa de la señal aplicada en un proceso llamado *rectificación de media onda*, el cual se utiliza en el desarrollo de niveles de cd a partir de una entrada senoidal. En sus cursos de electrónica encontrará que el diodo es semejante a un interruptor mecánico, pero es diferente porque puede conducir corriente en sólo una dirección. La forma de onda de salida es definitivamente no senoidal, pero observe que su periodo es igual al de la señal aplicada y coincide con la entrada durante la mitad del periodo.

Este anexo demuestra cómo una forma de onda no senoidal como la salida parecida a la de la figura A6.2 puede ser representada por una serie de términos. También explica cómo determinar la respuesta de una red a una entrada como esa.



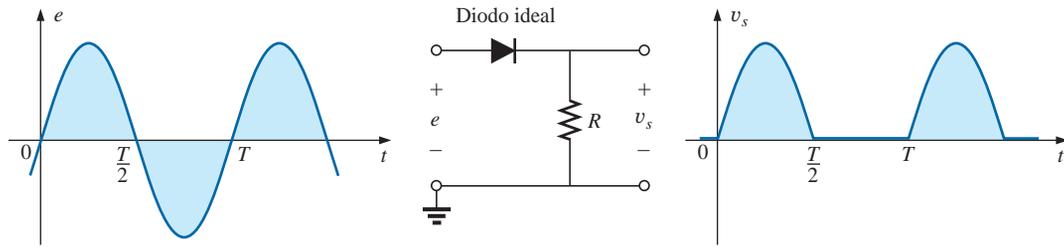


FIG. A6.2
Rectificador de media onda que produce una forma de onda no senoidal.

A6.2 SERIE DE FOURIER

La serie (o series) **de Fourier** es una serie de términos, desarrollada en 1822 por el barón Jean Fourier (figura A6.3), que puede usarse para representar una forma de onda periódica no senoidal. En el análisis de estas formas de onda resolvemos cada término de la serie de Fourier de la siguiente manera:

$$f(t) = \underbrace{A_0}_{\substack{\text{valor de cd} \\ \text{o promedio}}} + \underbrace{A_1 \text{ sen } \omega t + A_2 \text{ sen } 2\omega t + A_3 \text{ sen } 3\omega t + \dots + A_n \text{ sen } n\omega t}_{\text{términos seno}} + \underbrace{B_1 \text{ cos } \omega t + B_2 \text{ cos } 2\omega t + B_3 \text{ cos } 3\omega t + \dots + B_n \text{ cos } n\omega t}_{\text{términos coseno}} \tag{A6.1}$$



FIG. A6.3
Barón Jean Fourier.
Cortesía de la Smithsonian Institution,
fotografía núm. 56,822

Francés (Auxerre, Grenoble, París)
(1768–1830)
Matemático, egiptólogo y administrador
Profesor de matemáticas, École Polytechnique

Mejor conocido por una serie matemática infinita de términos de seno y coseno llamada *serie de Fourier*, la cual solía utilizar para mostrar cómo se analiza y define la conducción del calor en sólidos. Aun cuando fuera sobre todo matemático, una gran parte del trabajo de Fourier se refería a sucesos físicos del mundo real, como la transferencia de calor, las manchas solares y el clima. Se unió a la École Polytechnique en París como miembro del cuerpo académico cuando el instituto abrió sus puertas por primera vez. Napoleón le pidió ayuda en la investigación de antigüedades egipcias, por lo que permaneció tres años en Egipto como secretario del Institut d'Égypte. Napoleón lo hizo barón en 1809, y fue elegido a la Académie des Sciences en 1817.

Según la forma de onda, podría requerirse una gran cantidad de estos términos para aproximar la forma de onda lo más fielmente posible para efectos del análisis del circuito.

Como se muestra en la ecuación (A6.1), la serie de Fourier se compone de tres partes básicas. La primera es el término de cd A_0 , el cual es el valor promedio de la forma de onda durante un ciclo completo. La segunda es una serie de términos seno. No hay restricciones en cuanto a los valores o valores relativos de las amplitudes de estos términos seno, pero la frecuencia de cada uno será un múltiplo entero de la frecuencia del primer término seno de la serie. La tercera parte es una serie de términos coseno. De nuevo, *no* hay restricciones en los valores o valores relativos de las amplitudes de estos términos coseno, pero cada uno tendrá una frecuencia que es un múltiplo entero de la frecuencia del primer término coseno de la serie. Para una forma de onda particular, es muy posible que todos los términos seno o coseno sean cero. Las características de este tipo pueden determinarse con sólo examinar la forma de onda no senoidal y su posición en el eje horizontal.

El primer término de la serie de seno y coseno se llama **componente fundamental**. Representa el término de frecuencia mínima requerido para representar una forma de onda particular, y también tiene la misma frecuencia que la forma de onda que se está representando. Por consiguiente, debe haber un término fundamental en cualquier representación de la serie de Fourier. Los demás términos con frecuencias de mayor grado (múltiplos enteros del componente fundamental) se llaman **términos armónicos**. El segundo armónico es un término cuya frecuencia es igual a dos veces la fundamental; el tercer armónico será aquel cuya frecuencia sea igual a tres veces la fundamental, y así sucesivamente.

Valor promedio: A_0

El término de cd de la serie de Fourier es el valor promedio de la forma de onda durante un ciclo completo. Si el área neta sobre el eje horizontal es

igual a la que está debajo en un ciclo completo, $A_0 = 0$, y el término de cd no aparece en la expansión. Si el área sobre el eje es mayor que la de debajo durante un ciclo completo, A_0 es positivo y aparecerá en la representación de la serie de Fourier. Si el área debajo del eje es mayor, A_0 es negativo y aparecerá con el signo negativo en la expansión.

Función impar (simetría de punto)

Si una forma de onda es tal que su valor para $+t$ es el negativo del de $-t$, se llama función impar, o se dice que tiene simetría de punto.

La figura A6.4(a) es un ejemplo de una forma de onda con simetría de punto. Observe que la forma de onda tiene un valor pico en t_1 que coincide con la magnitud (con el signo opuesto) del valor pico en $-t_1$. Para formas de onda de este tipo, todos los parámetros $B_{1 \rightarrow \infty}$ de la ecuación (A6.1) serán cero. De hecho,

solamente los términos de cd y seno de la serie de Fourier describen del todo las formas de onda con simetría de punto.

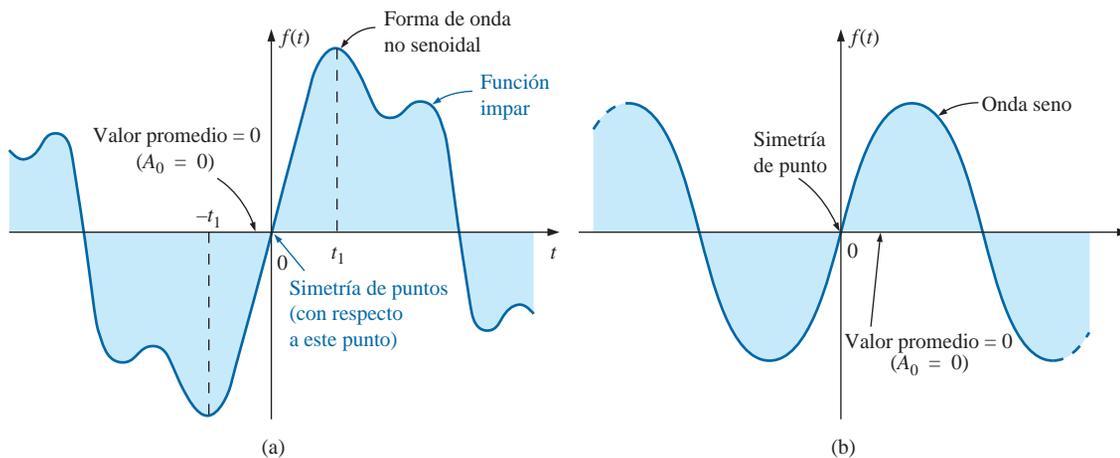


FIG. A6.4
 Simetría de punto.

Observe en la figura A6.4(b) que una onda seno es una función impar con simetría de punto.

Para las dos formas de onda de la figura A6.4 funciona la siguiente relación matemática:

$$\boxed{f(t) = -f(-t)} \quad (\text{función impar}) \quad (\text{A6.2})$$

En otras palabras, establece que la magnitud de la función en $+t$ es igual al negativo de la magnitud en $-t$ [t_1 en la figura A6.4(a)].

Función par (simetría de eje)

Si una forma de onda es simétrica con respecto al eje vertical se llama función par, o se dice que tiene simetría de eje.

La figura A6.5(a) es un ejemplo de una forma de onda como esa. Observe que el valor de la función en t_1 es igual al valor en $-t_1$. Para formas de onda de este tipo, todos los parámetros $A_{1 \rightarrow \infty}$ serán cero. De hecho,

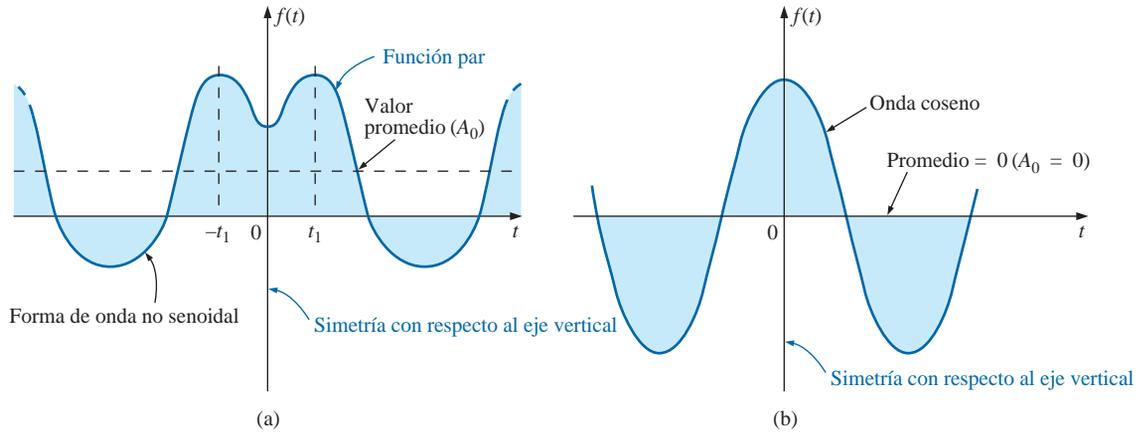


FIG. A6.5
Simetría de ejes.

solamente los términos de cd y seno de la serie de Fourier describen del todo las formas de onda con simetría de eje.

Observe en la figura A6.5(b) que una onda coseno es una función par con simetría de eje.

La siguiente relación matemática funciona para las dos formas de onda de la figura A6.5:

$$f(t) = f(-t) \quad \text{(función par)} \quad \text{(A6.3)}$$

En otras palabras, establece que la magnitud de la función es la misma en $+t_1$ que en $-t_1$ [en la figura A6.5(a)].

Simetría de espejo o de media onda

Si una forma de onda tiene simetría de espejo o de media onda como lo demuestra la figura A6.6, los armónicos pares de la serie de términos seno y coseno serán cero.

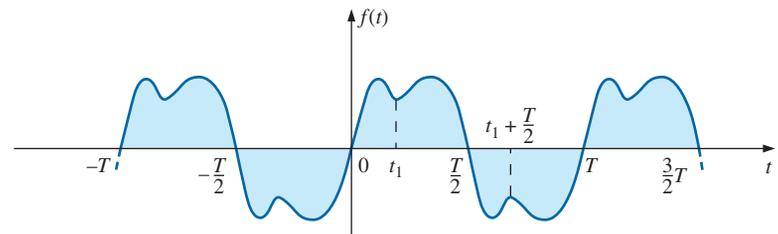


FIG. A6.6
Simetría de espejo.

En forma funcional, la forma de onda debe satisfacer la siguiente relación:

$$f(t) = -f\left(t + \frac{T}{2}\right) \quad \text{(A6.4)}$$

La ecuación (A6.4) establece que la forma de onda que ocurre en un intervalo $T/2$ se repetirá en el siguiente intervalo $T/2$, pero en el sentido negativo (t_1 en la figura A6.6). Por ejemplo, la forma de onda en la figura A6.6 de cero a $T/2$ se repetirá en el intervalo $T/2$ a T pero debajo del eje horizontal.

Repetitiva en el medio ciclo

La naturaleza repetitiva de una forma de onda puede determinar si habrá armónicos específicos en la expansión de la serie de Fourier. En particular,

si una forma de onda es repetitiva en el medio ciclo como lo demuestra la forma de onda de la figura A6.7, los armónicos impares de la serie de términos de seno y coseno son cero.

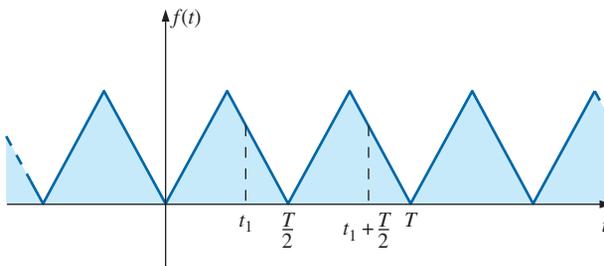


FIG. A6.7

Una forma de onda repetitiva en el medio ciclo.

En forma funcional, la forma de onda debe satisfacer la siguiente relación:

$$f(t) = f\left(t + \frac{T}{2}\right) \quad (\text{A6.5})$$

La ecuación (A6.5) establece que la función se repite después de cada intervalo $T/2$ (t_1 en la figura A6.7). Sin embargo, la forma de onda también se repetirá después de cada periodo T . Por consiguiente, para una función de este tipo, si el periodo T de la forma de onda se selecciona para que sea dos veces el periodo mínimo ($T/2$), todos los armónicos pares serán cero.

Método matemático

Las constantes $A_0, A_{1 \rightarrow n}$ y $B_{1 \rightarrow n}$ se determinan con las siguientes fórmulas integrales:

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt \quad (\text{A6.6})$$

$$A_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \text{sen } n\omega t dt \quad (\text{A6.7})$$

$$B_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \text{cos } n\omega t dt \quad (\text{A6.8})$$

Estas ecuaciones se presentan sólo para propósitos de reconocimiento; no se utilizan en el análisis siguiente.

Instrumentos

Hay tres tipos de instrumentos disponibles que revelan la cd, el contenido fundamental y armónico de una forma de onda: *el analizador de espectro, el analizador de onda y el analizador de Fourier*. El propósito de tales instrumentos no es únicamente determinar la composición de una forma de onda particular, sino también revelar el nivel de distorsión que pudiera haber introducido algún sistema. Por ejemplo, un amplificador puede estar incrementando la señal aplicada por un factor de 50, pero en el proceso puede haber distorsionado la forma de onda de tal manera que no se nota en la pantalla del osciloscopio. La cantidad de distorsión aparece en la forma de armónicos a frecuencias que son múltiplos de la frecuencia aplicada. Cada uno de los instrumentos anteriores revela cuáles frecuencias impactan más la distorsión, lo que permite eliminarlas con filtros adecuadamente diseñados.

En la figura A6.8 se muestra el analizador de espectro, el cual tiene la apariencia de un osciloscopio, pero en lugar de mostrar en la pantalla una forma de onda de voltaje (eje vertical) contra frecuencia (eje horizontal), genera una imagen a menor escala en dB (eje vertical) contra frecuencia (eje horizontal). Se dice que tal imagen está en el *dominio de la frecuencia*, en contraste con el *dominio del tiempo* del osciloscopio estándar. La altura de la línea vertical en la imagen de la figura A6.8 revela el impacto de esa frecuencia sobre la forma de la onda. Los analizadores de espectro no son capaces de proporcionar el ángulo de fase asociado con cada componente.



FIG. A6.8
Analizador de espectro.
(Cortesía de Teletronix, Inc.).

EJEMPLO A6.1 Determine cuáles componentes de la serie de Fourier están presentes en las formas de onda de la figura A6.9.

Soluciones:

- La forma de onda tiene un área neta sobre el eje horizontal y por consiguiente tendrá un **término de cd positivo A_0** .
La forma de onda tiene simetría de eje, de lo que resulta que en la expansión hay **sólo términos coseno**.
La forma de onda tiene simetría en el medio ciclo, de lo que resulta que en la serie de coseno hay **sólo términos pares**.
- La forma de onda tiene la misma área sobre y bajo el eje horizontal dentro de cada periodo, por lo que el resultado es **$A_0 = 0$** .
La forma de onda tiene simetría de punto, por lo que en la expansión hay **sólo términos seno**.

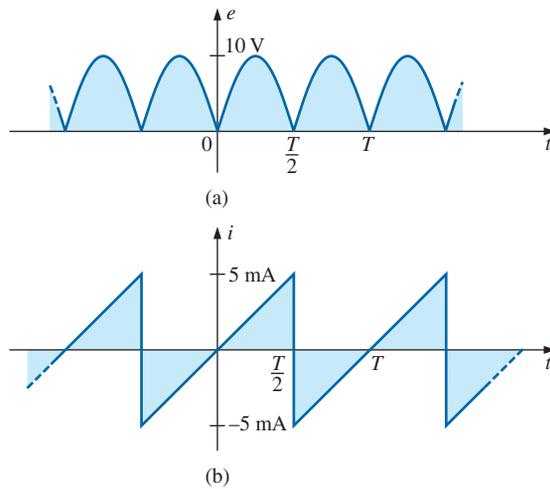


FIG. A6.9
 Ejemplo A6.1.

EJEMPLO A6.2 Escriba la expansión de la serie de Fourier para las formas de onda de la figura A6.10.

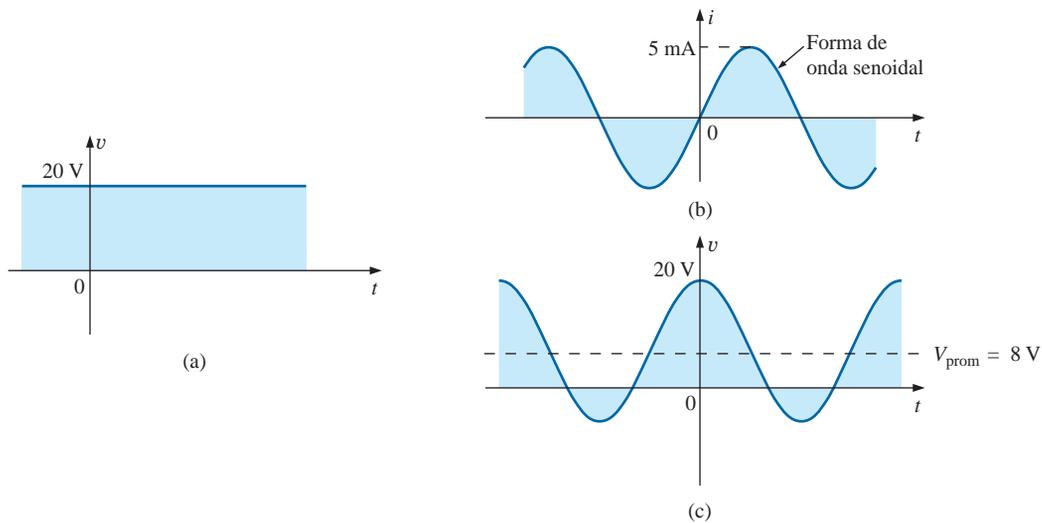


FIG. A6.10
 Ejemplo A6.2.

Soluciones:

- a. $A_0 = 20$ $A_{1 \rightarrow n} = 0$ $B_{1 \rightarrow n} = 0$
 $v = 20$
- b. $A_0 = 0$ $A_1 = 5 \times 10^{-3}$ $A_{2 \rightarrow n} = 0$ $B_{1 \rightarrow n} = 0$
 $i = 5 \times 10^{-3} \text{ sen } \omega t$
- c. $A_0 = 8$ $A_{1 \rightarrow n} = 0$ $B_1 = 12$ $B_{2 \rightarrow n} = 0$
 $v = 8 + 12 \text{ cos } \omega t$

EJEMPLO A6.3 Bosqueje la siguiente expansión de la serie de Fourier:

$$v = 2 + 1 \cos \alpha + 2 \text{ sen } \alpha$$

Solución: Examine la figura A6.11.

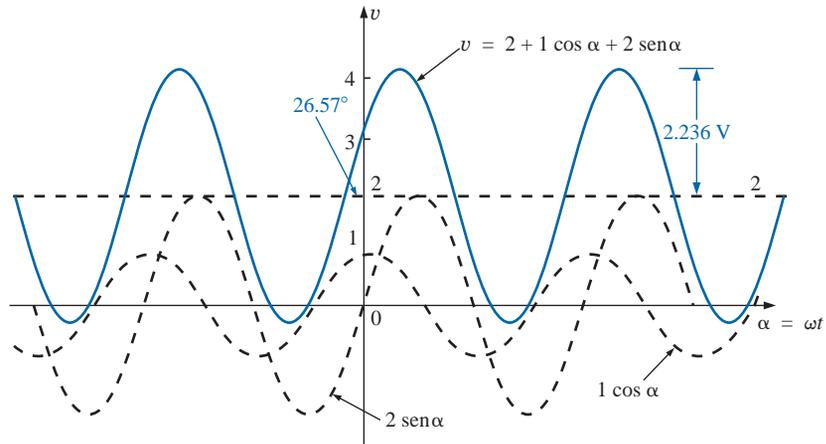


FIG. A6.11
Ejemplo A6.3.

La solución podría obtenerse gráficamente si trazamos primero todas las funciones y luego consideramos un número de puntos suficiente sobre el eje horizontal, o podría utilizarse álgebra fasorial como sigue:

$$\begin{aligned} 1 \cos \alpha + 2 \operatorname{sen} \alpha &= 1 \text{ V } \angle 90^\circ + 2 \text{ V } \angle 0^\circ = j 1 \text{ V} + 2 \text{ V} \\ &= 2 \text{ V} + j 1 \text{ V} = 2.236 \text{ V } \angle 26.57^\circ \\ &= 2.236 \operatorname{sen}(\alpha + 26.57^\circ) \end{aligned}$$

$$\text{y} \quad v = 2 + 2.236 \operatorname{sen}(\alpha + 26.57^\circ)$$

la cual es simplemente la parte de la onda seno montada sobre un nivel de cd de 2 V. Es decir, su máximo positivo es de $2 \text{ V} + 2.236 \text{ V} = 4.236 \text{ V}$, y su mínimo es $2 \text{ V} - 2.236 \text{ V} = -0.236 \text{ V}$.

EJEMPLO A6.4 Bosqueje la siguiente expansión de la serie de Fourier:

$$i = 1 \operatorname{sen} \omega t + 1 \operatorname{sen} 2\omega t$$

Solución: Vea la figura A6.12. Observe que en este caso la suma de las dos formas de onda senoidales de frecuencias diferentes *no* es una onda seno. Recuerde que el álgebra compleja puede aplicarse sólo a formas de onda que tienen la *misma* frecuencia. En este caso, la solución se obtiene gráficamente punto por punto, como se muestra para $t = t_1$.

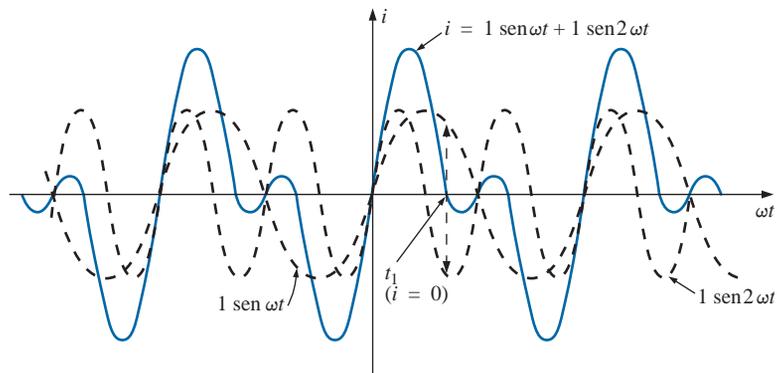


FIG. A6.12
Ejemplo A6.4.

Como un ejemplo más del uso del método de la serie de Fourier, considere la onda cuadrada que se muestra en la figura A6.13. El valor promedio es cero, por lo tanto $A_0 = 0$. Es una función impar, así que todas las constantes $B_{1 \rightarrow n}$ son cero; sólo hay términos seno en la expansión de la serie. Como la forma de onda satisface los criterios para $f(t) = -f(t + T/2)$, los armónicos pares también son cero.

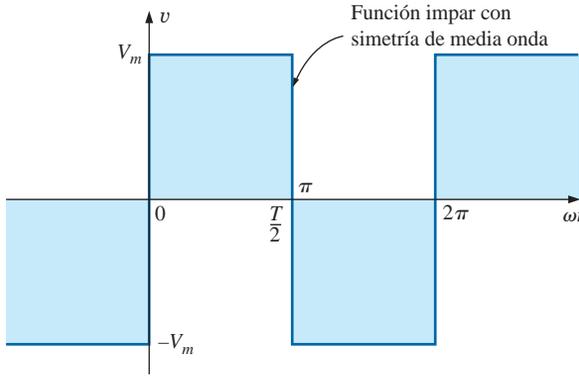


FIG. A6.13
Onda cuadrada.

La expresión obtenida después de evaluar los diversos coeficientes utilizando la ecuación (A6.8) es

$$v = \frac{4}{\pi} V_m \left(\sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \frac{1}{7} \sin 7\omega t + \dots + \frac{1}{n} \sin n\omega t \right) \quad (\text{A6.9})$$

Observe que el fundamental tiene la misma frecuencia que la onda cuadrada. Si sumamos el fundamental y el tercer armónico, obtenemos los resultados que se muestran en la figura A6.14.

Incluso, con solamente los dos primeros términos empiezan a aparecer algunas características de la onda cuadrada. Si sumamos los dos términos siguientes (figura A6.15), el ancho del pulso se incrementa, y el número de picos también.

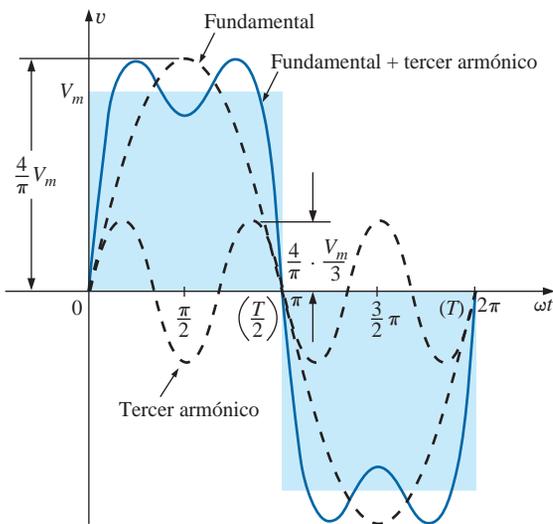


FIG. A6.14
Fundamental más tercer armónico.

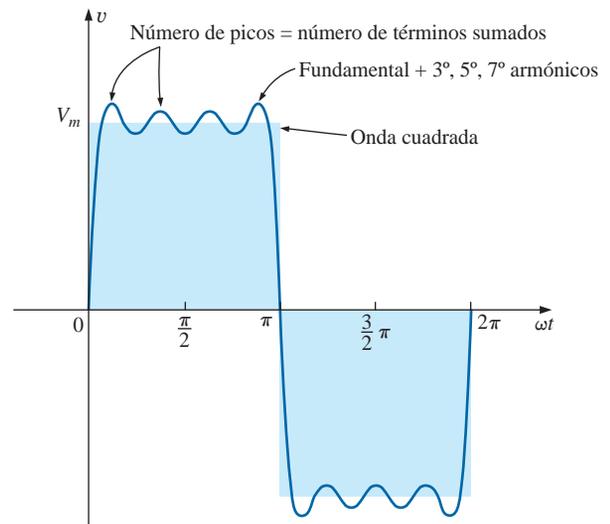


FIG. A6.15
Fundamental más tercero, quinto y séptimo armónicos.

Al continuar sumando términos, la serie se aproxima mejor a la onda cuadrada. Observe, sin embargo, que la amplitud de cada término subsiguiente se reduce a tal grado que es insignificante comparada con las de los primeros términos. Una buena aproximación es suponer que la forma de onda se compone de los armónicos hasta, e incluso, el noveno. Cualesquier armónicos más altos serían menores que un décimo del fundamental. Si la forma de onda que acabamos de describir se desplazara sobre y debajo del eje horizontal, la serie de Fourier se modificaría sólo por un cambio del término de cd. La figura A6.16(c), es la suma de las figuras A6.16(a) y (b). La serie de Fourier para la forma de onda completa es, por consiguiente,

$$v = v_1 + v_2 = V_m + \text{Ecuación (A6.9)}$$

$$= V_m + \frac{4}{\pi} V_m \left(\text{sen } \omega t + \frac{1}{3} \text{sen } 3\omega t + \frac{1}{5} \text{sen } 5\omega t + \frac{1}{7} \text{sen } 7\omega t + \dots \right)$$

$$\text{y } v = V_m \left[1 + \frac{4}{\pi} \left(\text{sen } \omega t + \frac{1}{3} \text{sen } 3\omega t + \frac{1}{5} \text{sen } 5\omega t + \frac{1}{7} \text{sen } 7\omega t + \dots \right) \right]$$

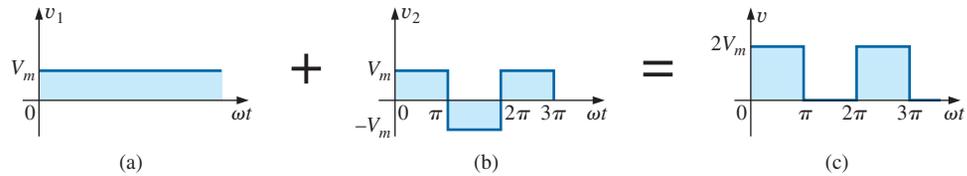


FIG. A6.16

Desplazamiento de una forma de onda verticalmente con la adición de un término de cd.

La ecuación para la forma de onda pulsante rectificada de media onda de la figura A6.17(b) es

$$v_2 = 0.318V_m + 0.500V_m \text{sen } \alpha - 0.212V_m \text{cos } \alpha - 0.0424V_m \text{cos } 4\alpha - \dots \quad (\text{A6.10})$$

La forma de onda de la figura A6.17(c) es la suma de las dos en las figuras A6.17(a) y (b). La serie de Fourier para la forma de onda de la figura A6.17(c) es, por consiguiente,

$$v_T = v_1 + v_2 = -\frac{V_m}{2} + \text{Ecuación (A6.10)}$$

$$= -0.500V_m + 0.318V_m + 0.500V_m \text{sen } \alpha - 0.212V_m \text{cos } 2\alpha - 0.0424V_m \text{cos } 4\alpha + \dots$$

$$\text{y } v_T = -0.182V_m + 0.5V_m \text{sen } \alpha - 0.212V_m \text{cos } 2\alpha - 0.0424V_m \text{cos } 4\alpha + \dots$$

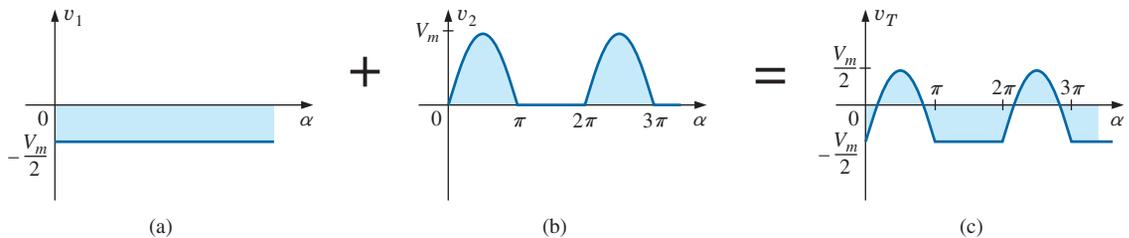


FIG. A6.17

Descenso de una forma de onda con la adición de un componente de cd negativo.

Si cualquiera de las formas de onda se desplazara a la derecha o a la izquierda, el desplazamiento de fase se restaría de o se sumaría a, respectivamente, los términos seno o coseno. El término de cd no cambiaría con un desplazamiento a la derecha o a la izquierda.

Si la señal rectificadora de media onda se desplazara 90° a la izquierda como en la figura A6.18, la serie de Fourier se vuelve

$$v = 0.318V_m + 0.500V_m \underbrace{\text{sen}(\alpha + 90^\circ)}_{\cos \alpha} - 0.212V_m \cos 2(\alpha + 90^\circ) - 0.0424V_m \cos 4(\alpha + 90^\circ) + \dots$$

$$= 0.318V_m + 0.500V_m \cos \alpha - 0.212V_m \cos(2\alpha + 180^\circ) - 0.0424V_m \cos(4\alpha + 360^\circ) + \dots$$

y $v = 0.318V_m + 0.500V_m \cos \alpha + 0.212V_m \cos 2\alpha - 0.0424V_m \cos 4\alpha + \dots$

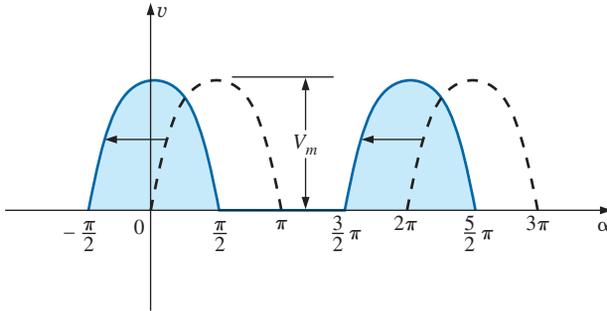


FIG. A6.18
 Cambio del ángulo de fase de una forma de onda.

A6.3 RESPUESTA DE UN CIRCUITO A UNA ENTRADA NO SENOIDAL

La representación de serie de Fourier de una entrada no senoidal puede aplicarse a una red lineal aplicando el principio de superposición. Recuerde que este teorema nos permitió considerar los efectos de cada fuente de un circuito de forma independiente. Si reemplazamos la entrada no senoidal con los términos de la serie de Fourier que se consideren necesarios para consideraciones prácticas, podemos utilizar la superposición para determinar la respuesta de la red a cada término (figura A6.19).

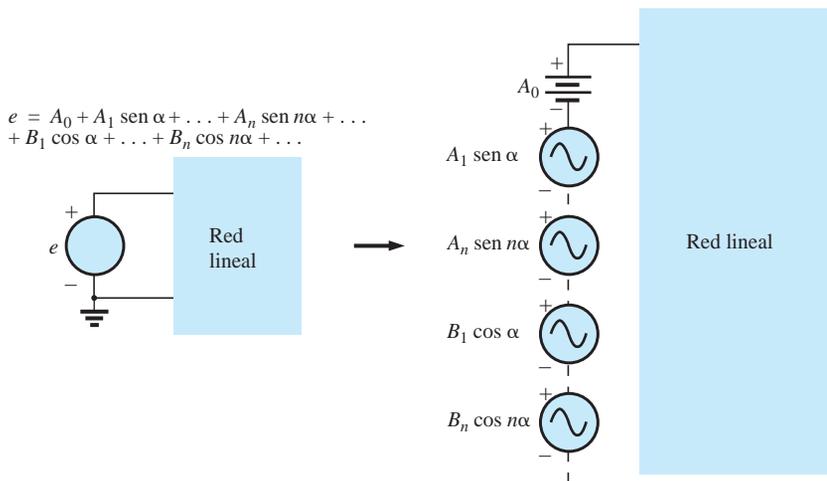


FIG. A6.19
 Preparación de la aplicación de una serie de términos de Fourier a una red lineal.

Entonces la respuesta total del sistema es la suma algebraica de los valores obtenidos para cada término. El cambio más importante al utilizar este teorema para circuitos no senoidales así como para los circuitos antes descritos es que la frecuencia será diferente para cada término en la aplicación no senoidal. Por consiguiente, las reactancias

$$X_L = 2\pi fL \quad \text{y} \quad X_C = \frac{1}{2\pi fC}$$

cambiarán para cada término del voltaje o de la corriente de entrada.

En el capítulo 8 vimos que el valor rms de cualquier forma de onda lo daba

$$\sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T f^2(t) dt}$$

Si aplicamos esta ecuación a la serie de Fourier

$$v(\alpha) = V_0 + V_{m_1} \sin \alpha + \dots + V_{m_n} \sin n\alpha + V'_{m_1} \cos \alpha + \dots + V'_{m_n} \cos n\alpha$$

entonces

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{V_0^2 + \frac{V_{m_1}^2 + \dots + V_{m_n}^2 + V'^2_{m_1} + \dots + V'^2_{m_n}}{2}} \quad (\text{A6.11})$$

Sin embargo, como

$$\frac{V_{m_1}^2}{2} = \left(\frac{V_{m_1}}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{V_{m_1}}{\sqrt{2}}\right) = (V_{1\text{rms}})(V_{1\text{rms}}) = V_{1\text{rms}}^2$$

entonces

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{V_0^2 + V_{1\text{rms}}^2 + \dots + V_{n\text{rms}}^2 + V'^2_{1\text{rms}} + \dots + V'^2_{n\text{rms}}} \quad (\text{A6.12})$$

Asimismo para

$$i(\alpha) = I_0 + I_{m_1} \sin \alpha + \dots + I_{m_n} \sin n\alpha + I'_{m_1} \cos \alpha + \dots + I'_{m_n} \cos n\alpha$$

tenemos

$$I_{\text{rms}} = \sqrt{I_0^2 + \frac{I_{m_1}^2 + \dots + I_{m_n}^2 + I'^2_{m_1} + \dots + I'^2_{m_n}}{2}} \quad (\text{A6.13})$$

y

$$I_{\text{rms}} = \sqrt{I_0^2 + I_{1\text{rms}}^2 + \dots + I_{n\text{rms}}^2 + I'^2_{1\text{rms}} + \dots + I'^2_{n\text{rms}}} \quad (\text{A6.14})$$

La potencia total suministrada es la suma de la que suministraron los términos correspondientes del voltaje y la corriente. En las ecuaciones siguientes todos los voltajes y corrientes son valores rms:

$$P_T = V_0 I_0 + V_1 I_1 \cos \theta_1 + \dots + V_n I_n \cos \theta_n + \dots \quad (\text{A6.15})$$

$$P_T = I_0^2 R + I_1^2 R + \dots + I_n^2 R + \dots \quad (\text{A6.16})$$

o bien
$$P_T = I_{\text{rms}}^2 R \quad (\text{A6.17})$$

con I_{rms} definida por la ecuación (A6.13), y, asimismo,

$$P_T = \frac{V_{\text{rms}}^2}{R} \quad (\text{A6.18})$$

con V_{rms} como lo define la ecuación (A6.11).

EJEMPLO A6.5

- Bosqueje la entrada que resulta de la combinación de fuentes en la figura A6.20.
- Determine el valor rms de la entrada en la figura A6.20.

Soluciones:

- Observe la figura A6.21.
- Ecuación (A6.12):

$$\begin{aligned} V_{\text{rms}} &= \sqrt{V_0^2 + \frac{V_m^2}{2}} \\ &= \sqrt{(4 \text{ V})^2 + \frac{(6 \text{ V})^2}{2}} = \sqrt{16 + \frac{36}{2}} \text{ V} = \sqrt{34} \text{ V} \\ &= \mathbf{5.83 \text{ V}} \end{aligned}$$

Es particularmente interesante observar en el ejemplo A6.5 que el valor rms de una forma de onda que tiene componentes tanto de cd como de ca no es simplemente la suma de los valores eficaces de cada uno. En otras palabras, hay una tentación al faltar la ecuación (A6.12) de formular que $V_{\text{rms}} = 4 \text{ V} + 0.707 (6 \text{ V}) = 8.24 \text{ V}$, lo cual es incorrecto y, de hecho, excede el nivel correcto por casi 41%.

Instrumentos

Es importante darse cuenta que todos los multímetros leerán el valor rms de formas de onda no senoidales como la que aparece en la figura A6.21. Muchos están diseñados para leer el valor rms de sólo formas de onda senoidales. Es importante leer el manual proporcionado con el medidor para ver si es un medidor *rms verdadero* capaz de leer el valor rms de cualquier forma de onda.

En el capítulo 8 aprendimos que el valor rms de una onda cuadrada es su valor pico. Comprobemos este resultado con la expansión de Fourier y la ecuación (A6.11).

EJEMPLO A6.6 Determine el valor rms de la onda cuadrada de la figura A6.13 con $V_m = 20 \text{ V}$ utilizando los primeros seis términos de la expansión de Fourier, y compare el resultado con el valor rms real de 20 V.

Solución:

$$\begin{aligned} v &= \frac{4}{\pi}(20 \text{ V}) \sin \omega t + \frac{4}{\pi}\left(\frac{1}{3}\right)(20 \text{ V}) \sin 3\omega t + \frac{4}{\pi}\left(\frac{1}{5}\right)(20 \text{ V}) \sin 5\omega t + \frac{4}{\pi}\left(\frac{1}{7}\right)(20 \text{ V}) \sin 7\omega t \\ &\quad + \frac{4}{\pi}\left(\frac{1}{9}\right)(20 \text{ V}) \sin 9\omega t + \frac{4}{\pi}\left(\frac{1}{11}\right)(20 \text{ V}) \sin 11\omega t \end{aligned}$$

$$v = 25.465 \sin \omega t + 8.488 \sin 3\omega t + 5.093 \sin 5\omega t + 3.638 \sin 7\omega t + 2.829 \sin 9\omega t + 2.315 \sin 11\omega t$$

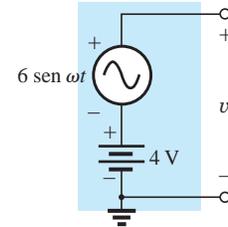


FIG. A6.20
Ejemplo A6.5.

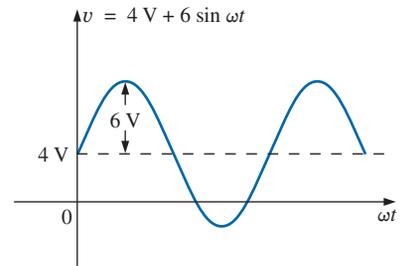


FIG. A6.21
Patrón de onda generado por la fuente de la figura A6.20.

Ecuación (A6.11):

$$\begin{aligned}
 V_{\text{rms}} &= \sqrt{V_0^2 + \frac{V_{m_1}^2 + V_{m_2}^2 + V_{m_3}^2 + V_{m_4}^2 + V_{m_5}^2 + V_{m_6}^2}{2}} \\
 &= \sqrt{(0 \text{ V})^2 + \frac{(25.465 \text{ V})^2 + (8.488 \text{ V})^2 + (5.093 \text{ V})^2 + (3.638 \text{ V})^2 + (2.829 \text{ V})^2 + (2.315 \text{ V})^2}{2}} \\
 &= \mathbf{19.66 \text{ V}}
 \end{aligned}$$

La solución difiere menos de 0.4 V de la respuesta correcta de 20 V. Sin embargo, cada término adicional en la serie de Fourier acerca el resultado al nivel de 20 V. Un número infinito daría la solución exacta de 20 V.

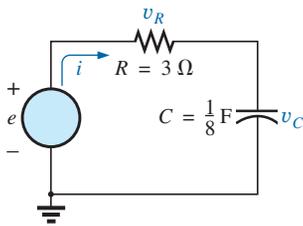


FIG. A6.22
Ejemplo A6.7.

EJEMPLO A6.7 La entrada al circuito de la figura A6.22 es

$$e = 12 + 10 \text{ sen } 2t$$

- Determine la corriente i y los voltajes v_R y v_C .
- Determine los valores rms de i , v_R y v_C .
- Determine la potencia suministrada al circuito.

Soluciones:

- Dibuje de nuevo el circuito original como se muestra en la figura A6.23. Luego aplique la superposición:

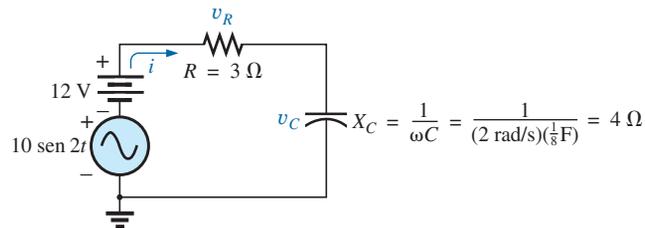


FIG. A6.23

Circuito de la figura A6.22 con los componentes de la entrada de serie de Fourier.

- Para la parte de la fuente de 12 V de cd de la entrada, $I = 0$ puesto que el capacitor es un circuito abierto ante cd cuando v_C ha alcanzado su valor final (estado estable). Por consiguiente,

$$V_R = IR = 0 \text{ V} \quad \text{y} \quad V_C = 12 \text{ V}$$

- Para la fuente de ca,

$$\mathbf{Z} = 3 \Omega - j4 \Omega = 5 \Omega \angle -53.13^\circ$$

$$e \quad \mathbf{I} = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}} = \frac{\frac{10}{\sqrt{2}} \text{ V} \angle 0^\circ}{5 \Omega \angle -53.13^\circ} = \frac{2}{\sqrt{2}} \text{ A} \angle +53.13^\circ$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{V}_R &= (I \angle \theta)(R \angle 0^\circ) = \left(\frac{2}{\sqrt{2}} \text{ A} \angle +53.13^\circ \right) (3 \Omega \angle 0^\circ) \\
 &= \frac{6}{\sqrt{2}} \text{ V} \angle +53.13^\circ
 \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_C &= (I \angle \theta)(X_C \angle -90^\circ) = \left(\frac{2}{\sqrt{2}} \text{ A} \angle +53.13^\circ \right) (4 \Omega \angle -90^\circ) \\ &= \frac{8}{\sqrt{2}} \text{ V} \angle -36.87^\circ \end{aligned}$$

En el dominio del tiempo,

$$i = 0 + 2 \text{ sen}(2t + 53.13^\circ)$$

Observe que aun cuando el término de cd estuvo presente en la expresión para el voltaje de entrada, el término de cd de la corriente en este circuito es cero:

$$v_R = 0 + 6 \text{ sen}(2t + 53.13^\circ)$$

y
$$v_C = 12 + 8 \text{ sen}(2t - 36.87^\circ)$$

b. Ecuación (A6.14):
$$I_{\text{rms}} = \sqrt{(0)^2 + \frac{(2 \text{ A})^2}{2}} = \sqrt{2} \text{ A} = \mathbf{1.414 \text{ A}}$$

Ecuación (A6.12):
$$V_{R_{\text{rms}}} = \sqrt{(0)^2 + \frac{(6 \text{ V})^2}{2}} = \sqrt{18} \text{ V} = \mathbf{4.243 \text{ V}}$$

Ecuación (A6.12):

$$V_{C_{\text{rms}}} = \sqrt{(12 \text{ V})^2 + \frac{(8 \text{ V})^2}{2}} = \sqrt{176} \text{ V} = \mathbf{13.267 \text{ V}}$$

c.
$$P = I_{\text{rms}}^2 R = \left(\frac{2}{\sqrt{2}} \text{ A} \right)^2 (3 \Omega) = \mathbf{6 \text{ W}}$$

EJEMPLO A6.8 Determine la respuesta del circuito de la figura A6.24 a la entrada que se muestra.

$$\begin{aligned} e &= 0.318E_m + 0.500E_m \text{ sen } \omega t - 0.212E_m \cos 2\omega t \\ &\quad - 0.0424E_m \cos 4\omega t + \dots \end{aligned}$$

Solución: Para propósitos de análisis sólo se utilizan los primeros tres términos para representar e . Convirtiendo los términos coseno en términos seno y sustituyendo en lugar de E_m obtenemos

$$e = 63.60 + 100.0 \text{ sen } \omega t - 42.40 \text{ sen}(2\omega t + 90^\circ)$$

Utilizando notación fasorial, vemos que el circuito original llega a ser como el que se muestra en la figura A6.25.

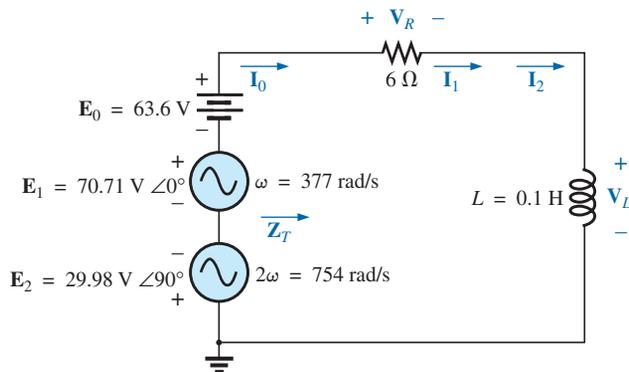
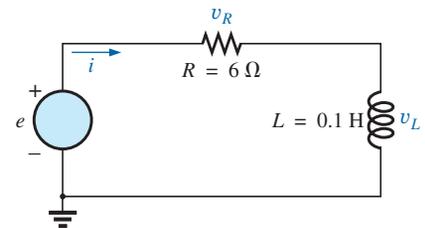
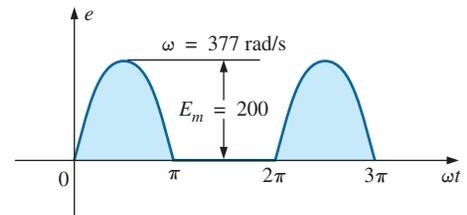


FIG. A6.25

Circuito de la figura A6.24 con los componentes de la entrada de la serie de Fourier.



(a)



(b)

FIG. A6.24
Ejemplo A6.8.

Aplicando superposición *Para el término de cd* ($E_0 = 63.6 \text{ V}$):

$$X_L = 0 \quad (\text{corto para cd})$$

$$\mathbf{Z}_T = R \angle 0^\circ = 6 \Omega \angle 0^\circ$$

$$I_0 = \frac{E_0}{R} = \frac{63.6 \text{ V}}{6 \Omega} = 10.60 \text{ A}$$

$$V_{R_0} = I_0 R = E_0 = 63.60 \text{ V}$$

$$V_{L_0} = 0$$

La potencia promedio es

$$P_0 = I_0^2 R = (10.60 \text{ A})^2 (6 \Omega) = 674.2 \text{ W}$$

Para el término fundamental ($E_1 = 70.71 \text{ V} \angle 0^\circ$, $\omega = 377$):

$$X_{L_1} = \omega L = (377 \text{ rad/s})(0.1 \text{ H}) = 37.7 \Omega$$

$$\mathbf{Z}_{T_1} = 6 \Omega + j 37.7 \Omega = 38.17 \Omega \angle 80.96^\circ$$

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{E}_1}{\mathbf{Z}_{T_1}} = \frac{70.71 \text{ V} \angle 0^\circ}{38.17 \Omega \angle 80.96^\circ} = 1.85 \text{ A} \angle -80.96^\circ$$

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{R_1} &= (I_1 \angle \theta)(R \angle 0^\circ) = (1.85 \text{ A} \angle -80.96^\circ)(6 \Omega \angle 0^\circ) \\ &= 11.10 \text{ V} \angle -80.96^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{L_1} &= (I_1 \angle \theta)(X_{L_1} \angle 90^\circ) = (1.85 \text{ A} \angle -80.96^\circ)(37.7 \Omega \angle 90^\circ) \\ &= 69.75 \text{ V} \angle 9.04^\circ \end{aligned}$$

La potencia promedio es

$$P_1 = I_1^2 R = (1.85 \text{ A})^2 (6 \Omega) = 20.54 \text{ W}$$

Para el segundo armónico ($E_2 = 29.98 \text{ V} \angle -90^\circ$, $\omega = 754$): El ángulo de fase de E_2 se cambió a -90° para darle la misma polaridad que los voltajes de entrada E_0 y E_1 . Tenemos

$$X_{L_2} = \omega L = (754 \text{ rad/s})(0.1 \text{ H}) = 75.4 \Omega$$

$$\mathbf{Z}_{T_2} = 6 \Omega + j 75.4 \Omega = 75.64 \Omega \angle 85.45^\circ$$

$$\mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{E}_2}{\mathbf{Z}_{T_2}} = \frac{29.98 \text{ V} \angle -90^\circ}{75.64 \Omega \angle 85.45^\circ} = 0.396 \text{ A} \angle -174.45^\circ$$

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{R_2} &= (I_2 \angle \theta)(R \angle 0^\circ) = (0.396 \text{ A} \angle -174.45^\circ)(6 \Omega \angle 0^\circ) \\ &= 2.38 \text{ V} \angle -174.45^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{L_2} &= (I_2 \angle \theta)(X_{L_2} \angle 90^\circ) = (0.396 \text{ A} \angle -174.45^\circ)(75.4 \Omega \angle 90^\circ) \\ &= 29.9 \text{ V} \angle -84.45^\circ \end{aligned}$$

La potencia promedio es

$$P_2 = I_2^2 R = (0.396 \text{ A})^2 (6 \Omega) = 0.941 \text{ W}$$

La expansión de la serie de Fourier para i es

$$i = 10.6 + \sqrt{2}(1.85) \text{ sen}(377t - 80.96^\circ) + \sqrt{2}(0.396) \text{ sen}(754t - 174.45^\circ)$$

y

$$I_{\text{rms}} = \sqrt{(10.6 \text{ A})^2 + (1.85 \text{ A})^2 + (0.396 \text{ A})^2} = 10.77 \text{ A}$$

La expansión de la serie de Fourier para v_R es

$$v_R = 63.6 + \sqrt{2}(11.10) \text{ sen}(377t - 80.96^\circ) + \sqrt{2}(2.38) \text{ sen}(754t - 174.45^\circ)$$

y

$$V_{R_{\text{rms}}} = \sqrt{(63.6 \text{ V})^2 + (11.10 \text{ V})^2 + (2.38 \text{ V})^2} = 64.61 \text{ V}$$

La expansión de la serie de Fourier para v_L es

$$v_L = \sqrt{2}(69.75) \text{ sen}(377t + 9.04^\circ) + \sqrt{2}(29.93) \text{ sen}(754t - 84.45^\circ)$$

y
$$V_{L_{\text{rms}}} = \sqrt{(69.75 \text{ V})^2 + (29.93 \text{ V})^2} = 75.90 \text{ V}$$

La potencia promedio total es

$$P_T = I_{\text{rms}}^2 R = (10.77 \text{ A})^2 (6 \Omega) = 695.96 \text{ W} = P_0 + P_1 + P_2$$

A6.4 ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE FORMAS DE ONDA NO SENOIDALES

La expresión de la serie de Fourier para la forma de onda que resulta de la adición o la sustracción de dos formas de onda no senoidales puede determinarse manejando álgebra fasorial si los términos que tienen la misma frecuencia se consideran por separado.

Por ejemplo, la suma de las siguientes dos formas de onda no senoidales se determina aplicando este método:

$$v_1 = 30 + 20 \text{ sen } 20t + \dots + 5 \text{ sen}(60t + 30^\circ)$$

$$v_2 = 60 + 30 \text{ sen } 20t + 20 \text{ sen } 40t + 10 \text{ cos } 60t$$

1. términos de cd:

$$V_{T_0} = 30 \text{ V} + 60 \text{ V} = 90 \text{ V}$$

2. $\omega = 20$:

$$V_{T_1(\text{máx})} = 30 \text{ V} + 20 \text{ V} = 50 \text{ V}$$

y
$$v_{T_1} = 50 \text{ sen } 20t$$

3. $\omega = 40$:

$$v_{T_2} = 20 \text{ sen } 40t$$

4. $\omega = 60$:

$$5 \text{ sen}(60t + 30^\circ) = (0.707)(5) \text{ V } \angle 30^\circ = 3.54 \text{ V } \angle 30^\circ$$

$$10 \text{ cos } 60t = 10 \text{ sen}(60t + 90^\circ) \Rightarrow (0.707)(10) \text{ V } \angle 90^\circ = 7.07 \text{ V } \angle 90^\circ$$

$$\mathbf{V}_{T_3} = 3.54 \text{ V } \angle 30^\circ + 7.07 \text{ V } \angle 90^\circ$$

$$= 3.07 \text{ V} + j 1.77 \text{ V} + j 7.07 \text{ V} = 3.07 \text{ V} + j 8.84 \text{ V}$$

$$\mathbf{V}_{T_3} = 9.36 \text{ V } \angle 70.85^\circ$$

y
$$v_{T_3} = 13.24 \text{ sen}(60t + 70.85^\circ)$$

con

$$v_T = v_1 + v_2 = 90 + 50 \text{ sen } 20t + 20 \text{ sen } 40t + 13.24 \text{ sen}(60t + 70.85^\circ)$$

A6.5 ANÁLISIS CON COMPUTADORA

PSpice

Serie de Fourier El análisis con computadora se inicia con una verificación de la forma de onda de la figura A6.15, donde se ve que sólo cuatro términos de una serie de Fourier pueden generar una forma de onda que tiene varias características de una onda cuadrada. La onda cuadrada tiene un valor pico de 10 V a una frecuencia de 1 kHz, con lo que se obtiene la siguiente serie de Fourier aplicando la ecuación (A6.9) (y reconociendo que $\omega = 2\pi f = 6283.19 \text{ rad/s}$):

$$v = \frac{4}{\pi}(10 \text{ V}) \left(\text{sen } \omega t + \frac{1}{3} \text{ sen } 3\omega t + \frac{1}{5} \text{ sen } 5\omega t + \frac{1}{7} \text{ sen } 7\omega t \right)$$

$$= 12.732 \text{ sen } \omega t + 4.244 \text{ sen } 3\omega t + 2.546 \text{ sen } 5\omega t + 1.819 \text{ sen } 7\omega t$$

Cada término de la serie de Fourier se trata como una fuente de ca independiente, como se muestra en la figura A6.26, con su valor pico y frecuencia aplicable. La suma de los voltajes de fuente aparece a través del resistor R y genera la forma de onda de la figura A6.27.

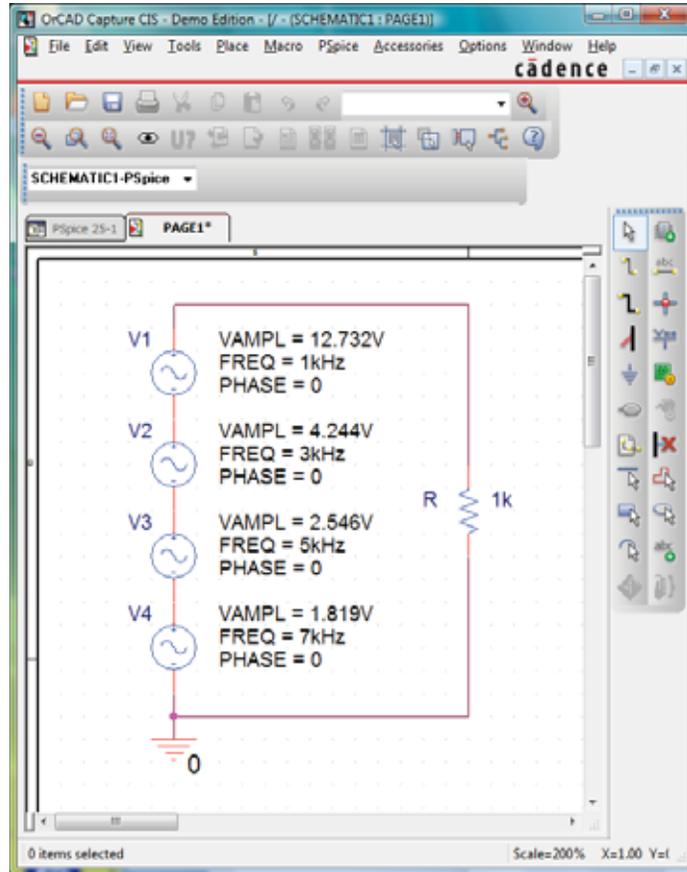


FIG. A6.26

Uso de PSpice para aplicar cuatro términos de la expansión de Fourier de una onda cuadrada de 10 V a un resistor de carga de 1 k Ω .

Cada fuente utiliza **VSIN**, y como deseamos obtener el resultado contra el tiempo, seleccione **Time Domain(Transient)** en la opción **Simulation Settings**. Para cada fuente, seleccione el cuadro de diálogo **Property Editor**. Ponga **AC**, **FREQ**, **PHASE**, **VAMPL** y **VOFF** (a 0 V). (Por falta de espacio, sólo se muestran **VAMPL**, **FREQ** y **PHASE** en la figura A6.26.) Bajo **Display**, ponga todas las cantidades restantes en **Do Not Display**.

Ponga el tiempo de ejecución **Run to time** en 2 ms, de modo que aparezcan dos ciclos de la frecuencia fundamental de 1 kHz. La opción **Start saving data after** permanece en el valor preestablecido de 0 s, y la opción **Maximum step size** en 1 μ s, aun cuando $2 \text{ ms}/1000 = 2 \mu\text{s}$, porque deseamos tener puntos adicionales para la curva de la forma de onda compleja. Una vez que aparece la ventana **SCHEMATIC1**, en la figura A6.27 resulta la forma de onda **Trace-Add Trace-V(R:1)-OK**. Para engrosar la línea horizontal en 0 V, haga clic con el botón derecho en la línea, seleccione **Properties**, luego seleccione el color verde y la línea más gruesa. Haga clic en **OK**, y en la figura A6.27 aparece la línea más gruesa, lo que la hace mucho más clara. Mediante el mismo proceso, haga la curva de color amarillo y más gruesa como se muestra en la misma figura. Al utilizar los cur-

sores resulta que el primer pico alcanza 11.84 V en 0.063 ms y luego cae a 8.920 V en 0.124 ms. El valor promedio de la forma de onda es claramente de +10 V en la región positiva, como se muestra por la línea punteada que se ingresa utilizando **Plot-Label-Line**. En todo respecto, la forma de onda está comenzando a tener las características de una onda cuadrada periódica con un valor pico de 10 V y una frecuencia de 1 kHz.

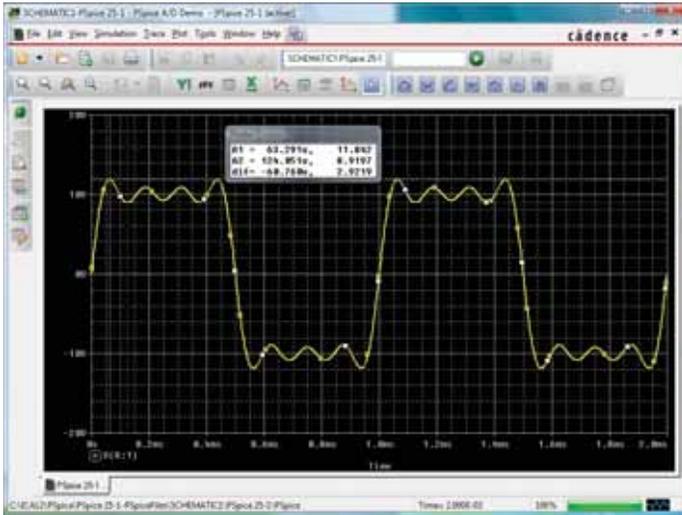


FIG. A6.27

Forma de onda resultante del voltaje que pasa a través del resistor R en la figura A6.26.

Componentes de Fourier Una curva del espectro de frecuencia revela que la magnitud y la frecuencia de cada componente de una serie de Fourier pueden obtenerse regresando al comando **Plot** y seleccionando la opción **Axis Settings** seguido por **X Axis** y luego **Fourier** bajo la opción **Processing Options** del menú desplegable. Haga clic en **OK** y aparecen varios picos en el extremo izquierdo de la pantalla, con un espectro de frecuencia que se extiende de 0 Hz a 600 kHz. Seleccione una vez más las opciones **Plot-Axis Settings**, active **Data Range** y seleccione **User Defined** para cambiar el in-

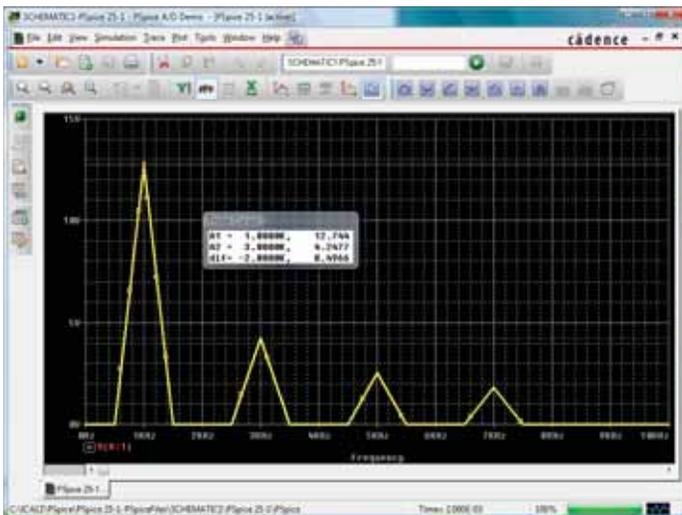


FIG. A6.28

Componentes de la serie de Fourier de la forma de onda de la figura A6.27.

tervalo a de 0 Hz a 10 kHz puesto que éste es el intervalo de interés para esta forma de onda. Haga clic en **OK** y se obtiene la gráfica de la figura A6.28 que da la magnitud y la frecuencia de los componentes de la forma de onda. Al utilizar el cursor izquierdo determina que el pico más alto es de 12.74 V a 1 kHz, que se compara muy bien con la fuente **VI** cuyo valor pico es de 12.732 V a 1 kHz. Si utiliza el cursor de clic derecho, puede desplazarse hasta 3 kHz y determinar la magnitud de 4.248 V que, de nueva cuenta, se compara muy bien con la fuente **V2** con un valor pico de 4.244 V.

PROBLEMAS

SECCIÓN A6.2 Serie de Fourier

1. Para las formas de onda de la figura A6.29, determine si lo siguiente estará presente en la representación de la serie de Fourier:
 - a. término de cd
 - b. términos coseno
 - c. términos seno
 - d. armónicos de orden par
 - e. armónicos de orden impar

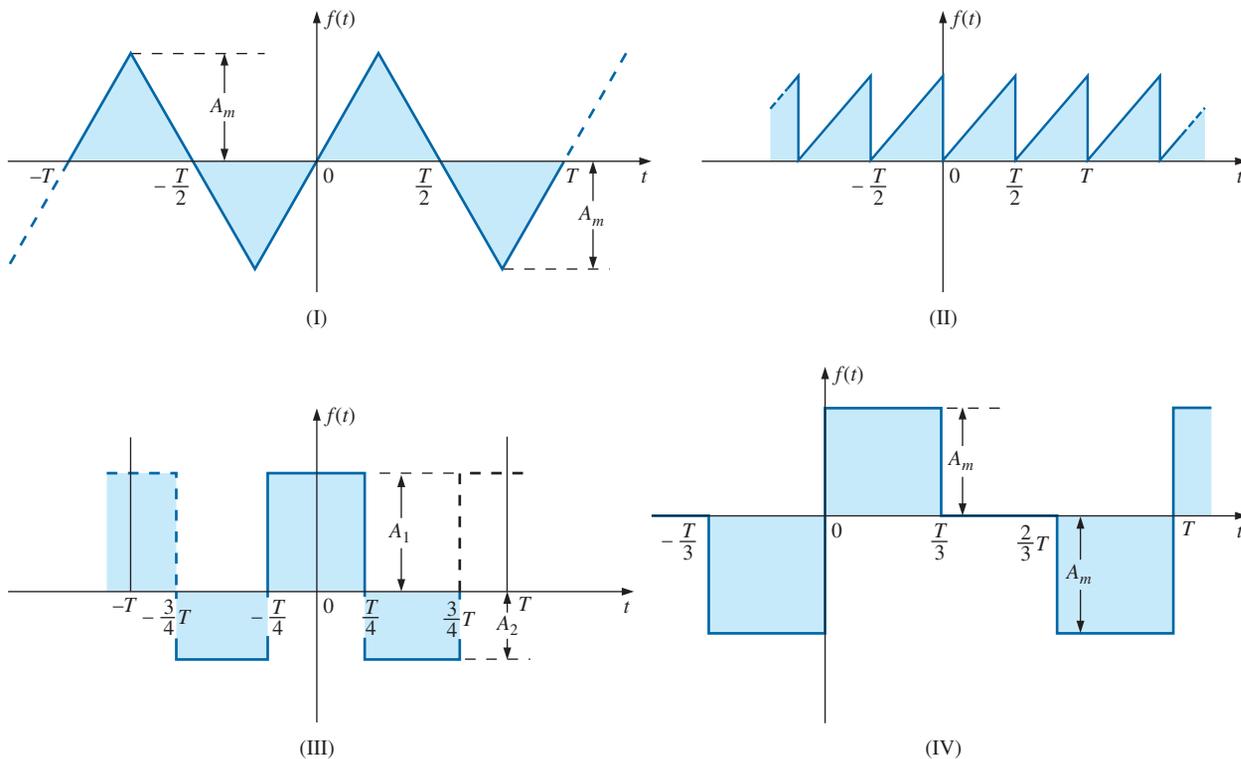


FIG. A6.29
 Problema 1.

2. Si la serie de Fourier para la forma de onda de la figura A6.30(a) es

$$i = \frac{2I_m}{\pi} \left(1 + \frac{2}{3} \cos 2\omega t - \frac{2}{15} \cos 4\omega t + \frac{2}{35} \cos 6\omega t + \dots \right)$$

determine la representación de la serie de Fourier para las formas de onda (b) a (d).

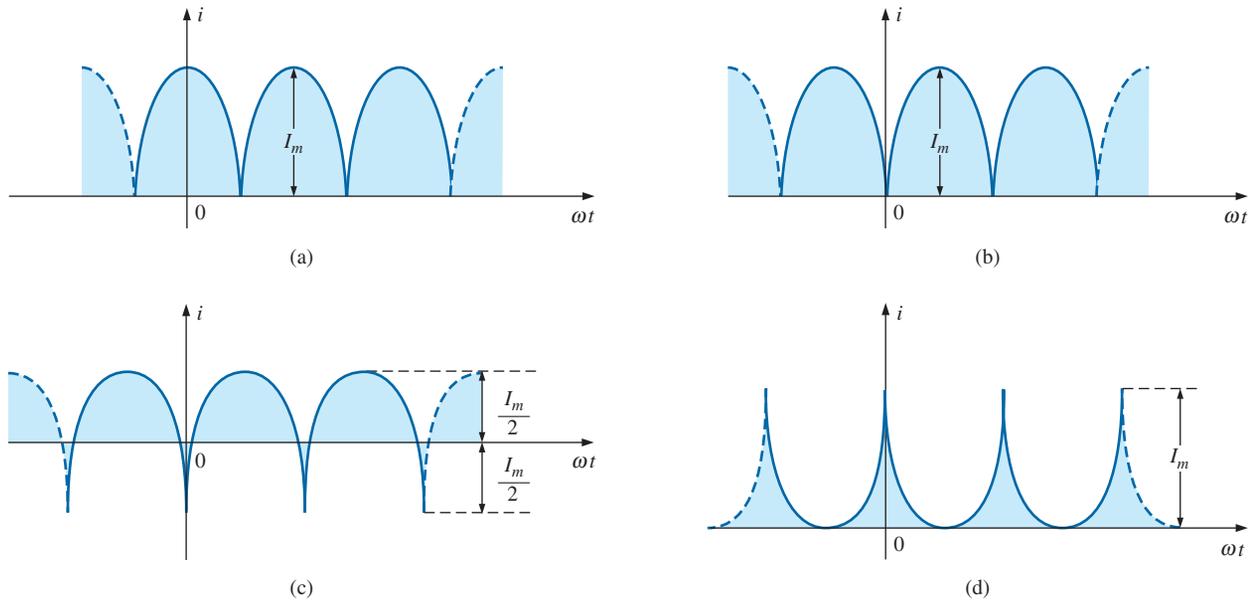


FIG. A6.30
 Problema 2.

3. Bosqueje las siguientes formas de onda no senoidales con $\alpha = \omega t$ como abscisa:
 - a. $v = -4 + 2 \text{ sen } \alpha$
 - b. $v = (\text{sen } \alpha)^2$
 - c. $i = 2 - 2 \text{ cos } \alpha$
4. Bosqueje las siguientes formas de onda no senoidales con α como abscisa:
 - a. $i = 3 \text{ sen } \alpha - 6 \text{ sen } 2\alpha$
 - b. $v = 2 \text{ cos } 2\alpha + \text{ sen } \alpha$
5. Bosqueje las siguientes formas de onda no senoidales con ωt como abscisa:
 - a. $i = 50 \text{ sen } \omega t + 25 \text{ sen } 3\omega t$
 - b. $i = 50 \text{ sen } \alpha - 25 \text{ sen } 3\alpha$
 - c. $i = 4 + 3 \text{ sen } \omega t + 2 \text{ sen } 2\omega t - 1 \text{ sen } 3\omega t$

10. La representación de la serie de Fourier para el voltaje de entrada al circuito de la figura A6.31 es

$$e = 18 + 30 \text{ sen } 400t$$

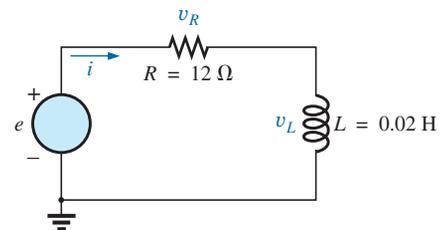


FIG. A6.31
 Problemas 10, 11 y 12.

SECCIÓN A6.3 Respuesta de un circuito a una entrada no senoidal

6. Determine los valores promedio y eficaz de las siguientes formas de onda no senoidales:
 - a. $v = 100 + 50 \text{ sen } \omega t + 25 \text{ sen } 2\omega t$
 - b. $i = 3 + 2 \text{ sen}(\omega t - 53^\circ) + 0.8 \text{ sen}(2\omega t - 70^\circ)$
7. Determine el valor rms de las siguientes formas de onda no senoidales:
 - a. $v = 20 \text{ sen } \omega t + 15 \text{ sen } 2\omega t - 10 \text{ sen } 3\omega t$
 - b. $i = 6 \text{ sen}(\omega t + 20^\circ) + 2 \text{ sen}(2\omega t + 30^\circ) - 1 \text{ sen}(3\omega t + 60^\circ)$
8. Determine la potencia promedio total suministrada a un circuito cuyo voltaje y corriente son los que se indican en el problema 6.
9. Determine la potencia promedio total suministrada a un circuito cuyo voltaje y corriente son los que se indican en el problema 7.

- a. Determine la expresión no senoidal para la corriente i .
- b. Calcule el valor rms de la corriente.
- c. Determine la expresión para el voltaje que pasa a través del resistor.
- d. Calcule el valor rms del voltaje que pasa a través del resistor.
- e. Determine la expresión para el voltaje que pasa a través del elemento reactivo.
- f. Calcule el valor rms del voltaje que pasa a través del elemento reactivo.
- g. Determine la potencia promedio suministrada al resistor.

11. Repita el problema 10 para

$$e = 24 + 30 \text{ sen } 400t + 10 \text{ sen } 800t$$

12. Repita el problema 10 para el siguiente voltaje de entrada:

$$e = -60 + 20 \text{ sen } 300t - 10 \text{ sen } 600t$$

13. Repita el problema 10 para el circuito de la figura A6.32.

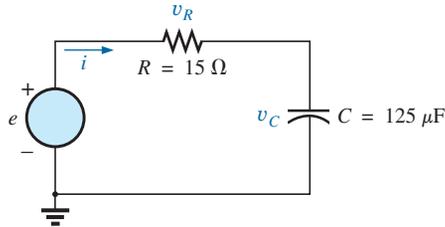


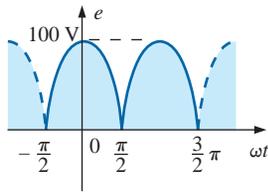
FIG. A6.32
 Problema 13.

*14. El voltaje de entrada en la figura A6.33(a), al circuito de la figura A6.33(b) es una señal rectificadada de onda completa que tiene la siguiente expansión de la serie de Fourier:

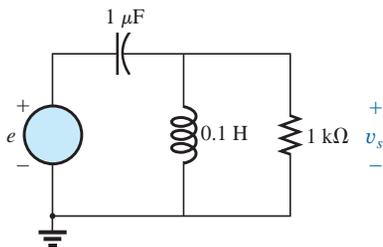
$$e = \frac{(2)(100 \text{ V})}{\pi} \left(1 + \frac{2}{3} \cos 2\omega t - \frac{2}{15} \cos 4\omega t + \frac{2}{53} \cos 6\omega t + \dots \right)$$

donde $\omega = 377$.

- Determine la expresión de la serie de Fourier para el voltaje v_s utilizando sólo los primeros tres términos de la expresión.
- Determine el valor rms de v_s .
- Determine la potencia promedio suministrada al resistor de 1 kΩ.



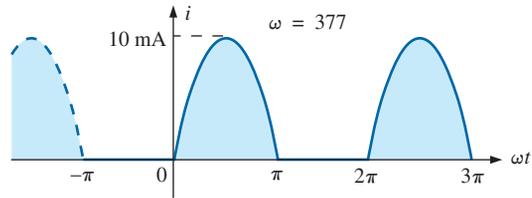
(a)



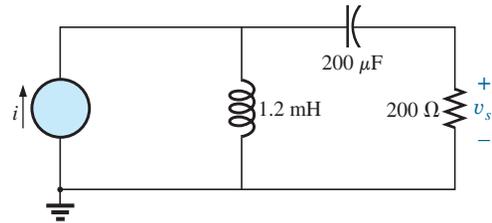
(b)

FIG. A6.33
 Problema 14.

*15. Determine la expresión de la serie de Fourier para el voltaje v_s de la figura A6.34.



(a)



(b)

FIG. A6.34
 Problema 15.

SECCIÓN A6.4 Adición y sustracción de formas de onda no senoidales

16. Realice las operaciones indicadas en las siguientes formas de onda no senoidales:

- $[60 + 70 \text{ sen } \omega t + 20 \text{ sen}(2\omega t + 90^\circ) + 10 \text{ sen}(3\omega t + 60^\circ)] + [20 + 30 \text{ sen } \omega t - 20 \text{ cos } 2\omega t + 5 \text{ cos } 3\omega t]$
- $[20 + 60 \text{ sen } \alpha + 10 \text{ sen}(2\alpha - 180^\circ) + 5 \text{ cos}(3\alpha + 90^\circ)] - [5 - 10 \text{ sen } \alpha + 4 \text{ sen}(3\alpha - 30^\circ)]$

17. Determine la expresión no senoidal para la corriente i_f del diagrama de la figura A6.35.

$$i_2 = 10 + 30 \text{ sen } 20t - 0.5 \text{ sen}(40t + 90^\circ)$$

$$i_1 = 20 + 4 \text{ sen}(20t + 90^\circ) + 0.5 \text{ sen}(40t + 30^\circ)$$

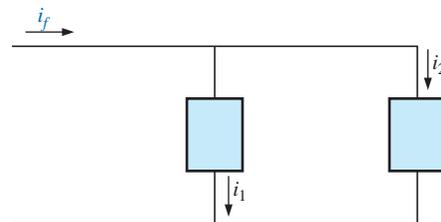


FIG. A6.35
 Problema 17.

18. Determine la expresión no senoidal para el voltaje e del diagrama de la figura A6.36.

$$v_1 = 20 - 200 \text{ sen } 600t + 100 \text{ cos } 1200t + 75 \text{ sen } 1800t$$

$$v_2 = -10 + 150 \text{ sen}(600t + 30^\circ) + 50 \text{ sen}(1800t + 60^\circ)$$

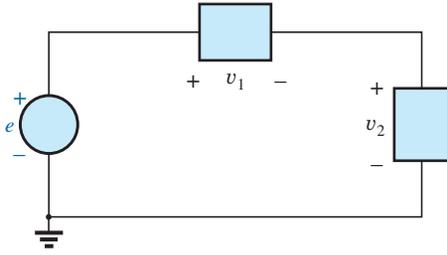


FIG. A6.36
Problema 18.

SECCIÓN A6.5 Análisis con computadora

PSpice

19. Trace la forma de onda de la figura A6.11 para dos o tres ciclos. Luego obtenga los componentes de Fourier y compárelos con la señal aplicada.
20. Trace una forma de onda semirrectificada con un valor pico de 20 V, utilizando la ecuación (A6.10). Use el término de cd, el término fundamental y cuatro armónicos. Compare la forma de onda resultante con la forma de onda semirrectificada ideal.
21. Demuestre el efecto de agregar dos o más términos a la forma de onda de la figura A6.27, y genere el espectro de Fourier.

GLOSARIO

Armónicos impares Términos de la expansión de la serie de Fourier cuyas frecuencias son múltiplos impares del componente fundamental.

Armónicos pares Términos de la expansión de la serie de Fourier cuyas frecuencias son múltiplos pares del componente fundamental.

Componente fundamental Término de frecuencia mínima requerido para representar una forma de onda particular en la expansión de la serie de Fourier.

Forma de onda no senoidal Cualquier forma de onda que difiera de la función senoidal fundamental.

Serie de Fourier Serie de términos, desarrollada en 1822 por el barón Jean Fourier, que puede utilizarse para representar una función no senoidal.

Simetría de eje Función senoidal o no senoidal que tiene simetría con respecto al eje vertical.

Simetría de espejo o de media onda Función senoidal o no senoidal que satisface la relación.

$$f(t) = -f\left(t + \frac{T}{2}\right)$$

Simetría de punto Función senoidal o no senoidal que satisface la relación $f(\alpha) = -f(-\alpha)$.

Términos armónicos Términos de la expansión de la serie de Fourier cuyas frecuencias son múltiplos enteros del componente fundamental.

